

DAI-Labor  
TU Berlin

Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Problemlösen und Suche  
27.10.2005

Brijnesh J Jain  
bjj@dai-labor.de

AIOIT  
Agententechnologien in betrieblichen Anwendungen und der Telekommunikation

Gliederung

- ⇒ Problemlösungsagenten
- ⇒ Problemformulierung
- ⇒ Suche nach Lösungen
- ⇒ Zusammenfassung und Ausblick

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 2

Problemlösungsagenten

- ⇒ Zentrale Fragen:
  - Was ist ein Problem?
  - Was ist eine Lösung?
  - Wie findet man eine Lösung?
- ⇒ Antworten über agentenbasierten Ansatz:
  - Problemlösungsagenten sind spezielle zielorientierte Agenten
  - hier: PL-Agenten mit *formulate-search-execute* Design

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 3

Problemlösungsagenten

Beispiel für einen Problemlösungsagenten

- ⇒ Ziel formulieren (formulate I):
  - Fahre von Berlin nach München
- ⇒ Problem formulieren (formulate II):
  - **Zustände:** Städte B, F, H, M, N, S
  - **Aktionen:** Fahre zwischen Städten
- ⇒ Suche (search):
  - Finde Sequenz von Städten zum Ziel
  - z.B.: **B - N - M**
- ⇒ Ausführen (execute):
  - Führe gefundene Lösung aus

**B** Berlin (Start)  
F Frankfurt  
H Hannover  
**M** München (Ziel)  
N Nürnberg  
S Stuttgart

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 4

Problemlösungsagenten

- ⇒ Wichtige Entwurfsentscheidungen
  - Problemformulierung
    - Wie formuliert man Probleme?
  - Suchalgorithmen
    - Wie findet man eine Lösung?

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 5

Gliederung

- ⇒ Problemlösungsagenten
- ⇒ Problemformulierung
- ⇒ Suche nach Lösungen
- ⇒ Zusammenfassung und Ausblick

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 6

### Problemformulierung

- ⇒ **Problemraum:** Menge  $S$  von Zuständen (states)
- ⇒ **Problem:** Tripel  $P = (S_a, S_z, A)$ , bestehend aus
  - einer Menge  $S_a \subseteq S$  von Anfangszuständen
  - einer Menge  $S_z \subseteq S$  von Zielzuständen
  - einer Menge  $A$  von Aktionen
- ⇒ **Aktionen:**  $a \in A$ ,  $a: S' \rightarrow S$ , mit  $S' \subseteq S$ 
  - Aktionen sind i.a. partiell definiert (Anwendungsbedingungen)

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 7

### Problemformulierung

- ⇒ **Lösung:** Sequenz  $(s_0, \dots, s_k)$  von Zuständen mit
  - $s_0 \in S_a$  ist ein Anfangszustand
  - $s_k \in S_z$  ist ein Zielzustand
  - es gibt Aktion  $a_i$  mit  $a_i(s_i) = s_{i+1}$  für alle  $i = 0, \dots, k-1$
- ⇒ **Optimale Lösung:** Lösung minimaler Länge
- ⇒ **Problemlösen:** Finden einer (optimalen) Lösung
  - Überführung eines Anfangszustands in einen Zielzustand durch Anwendung einer (minimalen) Folge von Aktionen

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 8

### Problemformulierung Beispiele

- ⇒ **Toy Problems**
  - 8-Puzzle Problem
  - 8-Dame Problem
- ⇒ **Real-world Problems**
  - Routen finden
  - Traveling Salesman Problem
  - VLSI Layout
  - Navigation von Robotern

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 9

### Problemformulierung Beispiele

**8-Puzzle Problem**

- Familie: sliding block puzzle
- NP-vollständig
- Standardtest in der KI

7	2	4
5		6
8	3	1

Anfangszustand

	1	2
3	4	5
6	7	8

Zielzustand

**Problemformulierung**

- ⇒ **Problemraum** Jede Konfiguration der 8 Kacheln plus Leerstelle (*Blank*)
- ⇒ **Anfangszustand** Jeder Zustand kann als Anfangszustand ausgewählt werden
- ⇒ **Zielzustand** Konfiguration wie in der Grafik angezeigt
- ⇒ **Aktionen** Jede zulässige Bewegung des Blanks (*links, rechts, oben, unten*)

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 10

### Gliederung

- ⇒ Problemlösungsagenten
- ⇒ Problemformulierung
- ⇒ Suche nach Lösungen
  - Suchbäume
  - Leistungsmessung
  - Suchverfahren
- ⇒ Zusammenfassung und Ausblick

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 11

### Suche nach Lösungen Suchbäume

- ⇒ **Idee:** Exploration des Zustandsraums durch Erzeugen von Folgezuständen bereits untersuchter Zustände (**expanding states**).
- ⇒ Bei der Suche/Exploration wird ein **Suchbaum** aufgebaut
  - Wurzel = Anfangszustand
  - Knoten = Zustände
  - Kanten = Aktionen
- ⇒ Eine **Strategie** bestimmt den zu expandierenden Knoten

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 12

### Suche nach Lösungen Suchbäume

---

Problemraum als Graph

Suchraum als Baum

Suche: Traversiere Graph als Baum gemäß einer Strategie

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 13

### Suche nach Lösungen Suchbäume

---

**Informelle Beschreibung eines Suchbaum-Algorithmus:**

1. Form a one-node tree consisting of the initial state as root.
2. Color root as white.
3. Until there is no white leaf
  - a) Select next white leaf as current leaf according to a **strategy**
  - b) If the current leaf represents the goal state, return success. Exit
  - c) Color current leaf as grey
  - d) Expand current leaf and color its child-nodes as white leaves.
4. Return failure.

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 14

### Suche nach Lösungen Suchbäume

---

**Beispiel**

⇒ Problem: Shortest Path

⇒ Strategie: Lexikographisch

---

(a) Startzustand (nach Schritt 3c)

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 15

### Suche nach Lösungen Suchbäume

---

**Beispiel**

⇒ Problem: Shortest Path

⇒ Strategie: Lexikographisch

---

(b) nach Expansion von B (nach Schritt 3d)

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 16

### Suche nach Lösungen Suchbäume

---

**Beispiel**

⇒ Problem: Shortest Path

⇒ Strategie: Lexikographisch

---

(c) nach Expansion von H und N

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 17

### Suche nach Lösungen Suchbäume

---

⇒ Naive Suche

→ Alle Sequenzen von Aktionen der Reihe nach durchprobieren

Verzweigungsfaktor  $b = 3$

Tiefe

$d = 0$

$d = 1$

$d = 2$

$d = 3$

$d$

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 18

Suche nach Lösungen Suchbäume

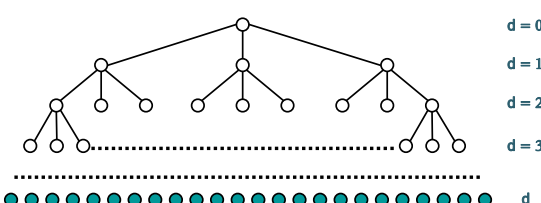
---

⇒ # der Knoten der Tiefe  $d$ :  $b^d$

⇒ # der Knoten bis Tiefe  $d$ :  $b^0 + b^1 + \dots + b^d = (b^{d+1} - 1) / (b - 1)$

---

Verzweigungsfaktor  $b = 3$



Tiefe

$d = 0$

$d = 1$

$d = 2$

$d = 3$

$d$

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 19

Suche nach Lösungen Suchbäume

---

⇒ Zeitkomplexität:  $O(b^d)$

⇒ Speicherkomplexität:  $O(b^d)$  (alle Knoten der Tiefe  $d$  im Speicher)

⇒ Gibt es bessere Lösungen?

1. Leistungsmessung (was heißt besser?)
2. Strategien (welche Suchverfahren gibt es?)

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 20

Gliederung

---

- ⇒ Problemlösungsagenten
- ⇒ Problemformulierung
- ⇒ Suche nach Lösungen
  - Suchbäume
  - Leistungsmessung
  - Suchverfahren
- ⇒ Zusammenfassung und Ausblick

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 21

Suche nach Lösungen Leistungsmessung

---

- ⇒ **Vollständigkeit:**
  - Findet die Strategie eine Lösung, wenn vorhanden?
- ⇒ **Optimalität:**
  - Liefert die Strategie eine optimale Lösung?
- ⇒ **Zeitkomplexität:**
  - Wie viel Zeit benötigt man für die Suche?
- ⇒ **Speicherkomplexität:**
  - Wie viel Speicher benötigt man für die Suche?

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 22

Suche nach Lösungen Leistungsmessung

---

- ⇒ Maß für Zeitaufwand:
  - Gesamtzahl der erzeugten Knoten
- ⇒ Maß für Speicheraufwand:
  - Maximale Anzahl der Knoten im Speicher
- ⇒ Faktoren zur Bestimmung des Zeit- und Speicheraufwands
  - $b$  = Verzweigungsgrad (branching factor)
  - $d$  = Tiefe (depth)
  - $m$  = maximale Tiefe des Suchbaums

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 23

Gliederung

---

- ⇒ Problemlösungsagenten
- ⇒ Problemformulierung
- ⇒ Suche nach Lösungen
  - Suchbäume
  - Leistungsmessung
  - Suchverfahren
    - Breitensuche
    - Tiefensuche
    - Limitierte Tiefensuche
    - Iterative Tiefensuche
- ⇒ Zusammenfassung und Ausblick

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 24

**Suchstrategien** Breitensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit minimaler Tiefe

⇒ Implementierung: FIFO-Queue bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an das Ende der Queue

---

Start **B** Ziel **M**

Tiefe 0: Expandiere Wurzel

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 25

**Suchstrategien** Breitensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit minimaler Tiefe

⇒ Implementierung: FIFO-Queue bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an das Ende der Queue

---

Start **B** Ziel **M**

Tiefe 1: Expandiere H

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 26

**Suchstrategien** Breitensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit minimaler Tiefe

⇒ Implementierung: FIFO-Queue bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an das Ende der Queue

---

Start **B** Ziel **M**

Tiefe 1: Expandiere N

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 27

**Suchstrategien** Breitensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit minimaler Tiefe

⇒ Implementierung: FIFO-Queue bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an das Ende der Queue

---

Start **B** Ziel **M**

Tiefe 2: Betrachte B

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 28

**Suchstrategien** Breitensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit minimaler Tiefe

⇒ Implementierung: FIFO-Queue bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an das Ende der Queue

---

Start **B** Ziel **M** Zyklus

Tiefe 2: Verwerfe Zyklus B-H-B

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 29

**Suchstrategien** Breitensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit minimaler Tiefe

⇒ Implementierung: FIFO-Queue bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an das Ende der Queue

---

Start **B** Ziel **M**

Tiefe 1: Expandiere F

USW.

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 30

Suchstrategien Breitensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit minimaler Tiefe

⇒ Implementierung: FIFO-Queue bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an das Ende der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 31

Suchstrategien Breitensuche

---

Algorithmus zur Breitensuche [Winston 93]

1. Form a one-element **queue** consisting of a zero-length path that contains only the root node.
2. Until the first path in the queue terminates at the goal node or the queue is empty
  - a) Remove the first path from the queue; create new paths by extending the first path to all neighbors of the terminal node.
  - b) Reject all paths with loops.
  - c) Append the new paths, if any, to the **end** of the queue.
3. If the goal node is found, announce success; otherwise announce failure.

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 32

Suchstrategien Breitensuche

---

⇒ Leistungsmessung der Breitensuche

- $b$  = Verzweigungsgrad
- $d$  = Tiefe des Suchbaumes entlang optimaler Lösung

Vollständigkeit	Ja
Optimalität	Ja
Zeitkomplexität	$O(b^{d+1})$
Speicherkomplexität	$O(b^{d+1})$

Für endlichen Verzweigungsgrad  $b$  und identische Kosten

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 33

Suchstrategien Tiefensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit maximaler Tiefe

⇒ Implementierung: LIFO-Queue (Stack) bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an den Anfang der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 34

Suchstrategien Tiefensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit maximaler Tiefe

⇒ Implementierung: LIFO-Queue (Stack) bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an den Anfang der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 35

Suchstrategien Tiefensuche

---

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit maximaler Tiefe

⇒ Implementierung: LIFO-Queue (Stack) bestehend aus Teilpfaden  
 → d.h. Nachfolger an den Anfang der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 36

Suchstrategien Tiefensuche

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit maximaler Tiefe

⇒ Implementierung: LIFO-Queue (Stack) bestehend aus Teilpfaden  
→ d.h. Nachfolger an den Anfang der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 37

Suchstrategien Tiefensuche

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit maximaler Tiefe

⇒ Implementierung: LIFO-Queue (Stack) bestehend aus Teilpfaden  
→ d.h. Nachfolger an den Anfang der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 38

Suchstrategien Tiefensuche

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit maximaler Tiefe

⇒ Implementierung: LIFO-Queue (Stack) bestehend aus Teilpfaden  
→ d.h. Nachfolger an den Anfang der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 39

Suchstrategien Tiefensuche

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit maximaler Tiefe

⇒ Implementierung: LIFO-Queue (Stack) bestehend aus Teilpfaden  
→ d.h. Nachfolger an den Anfang der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 40

Suchstrategien Tiefensuche

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit maximaler Tiefe

⇒ Implementierung: LIFO-Queue (Stack) bestehend aus Teilpfaden  
→ d.h. Nachfolger an den Anfang der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 41

Suchstrategien Tiefensuche

⇒ Idee: Expandiere Blatt mit maximaler Tiefe

⇒ Implementierung: LIFO-Queue (Stack) bestehend aus Teilpfaden  
→ d.h. Nachfolger an den Anfang der Queue

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 42

Suchstrategien Tiefensuche

---

Algorithmus zur Tiefensuche [Winston 93]

1. Form a one-element **stack** consisting of a zero-length path that contains only the root node.
2. Until the first path in the stack terminates at the goal node or the queue is empty
  - a) Remove the first path from the stack; create new paths by extending the first path to all neighbors of the terminal node.
  - b) Reject all paths with loops.
  - c) Push the new paths, if any, to the **top** of the stack.
3. If the goal node is found, announce success; otherwise announce failure.

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 43

Suchstrategien Tiefensuche

---

⇒ Leistungsmessung der Tiefensuche

- $b$  = Verzweigungsgrad
- $m$  = maximale Tiefe des Suchbaums

Vollständigkeit	Nein
Optimalität	Nein
Zeitkomplexität	$O(b^m)$
Speicherkomplexität	$O(bm)$

Vollständigkeit nur bei beschränkten Suchbäumen

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 44

Suchstrategien Limitierte Tiefensuche

---

⇒ Problem der Tiefensuche:

- Exploration langer Teilpfade, die nicht zum Ziel führen
- Folge: Hohe Zeitkomplexität

⇒ Lösung: Limitierte Tiefensuche

- Tiefensuche bis zu einer limitierten Tiefe  $l$
- Knoten der Tiefe  $l$  werden nicht weiter expandiert

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 45

Suchstrategien Limitierte Tiefensuche

---

Algorithmus zur limitierten Tiefensuche mit Limit  $l$

1. Form a one-element stack consisting of a zero-length path that contains only the root node.
2. Until the first path in the stack terminates at the goal node or the queue is empty
  - a) Remove the first path from the stack.
  - b) **If the first path has length  $l$ , then continue with step 2.**
  - c) Create new paths by extending the first path to all neighbors of the terminal node.
  - d) Reject all paths with loops.
  - e) Push the new paths, if any, to the top of the stack.
3. If the goal node is found, announce success; otherwise announce failure.

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 46

Suchstrategien Limitierte Tiefensuche

---

⇒ Leistungsmessung der limitierten Tiefensuche

- $b$  = Verzweigungsgrad
- $l$  = limitierte Tiefe des Suchbaums

Vollständigkeit	Nein
Optimalität	Nein
Zeitkomplexität	$O(b^l)$
Speicherkomplexität	$O(bl)$

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 47

Suchstrategien Iterative Tiefensuche

---

⇒ Nachteile der Tiefensuche & limitierten Tiefensuche:

- keine Vollständigkeit
- keine Optimalität

⇒ Lösung: Iterative Tiefensuche

- Wiederholte limitierte Tiefensuche mit steigender Tiefe  $l$

⇒ Algorithmus zur iterativen Tiefensuche

For  $l = 0$  to  $\infty$  do

1. Limitierte Tiefensuche until depth  $l$
2. If the goal node is found, then announce success and exit.

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 48



### Suchstrategien Iterative Tiefensuche

---

Limit = 0

Limit = 1

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 49

### Suchstrategien Iterative Tiefensuche

---

Limit = 2

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 50

### Suchstrategien Iterative Tiefensuche

---

Limit = 3

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 51

### Suchstrategien Iterative Tiefensuche

---

⇒ Leistungsmessung der iterativen Tiefensuche

- $b$  = Verzweigungsgrad
- $d$  = Tiefe des Suchbaumes entlang optimaler Lösung

Vollständigkeit	Ja
Optimalität	Ja
Zeitkomplexität	$O(b^d)$
Speicherkomplexität	$O(bd)$

Für endlichen Verzweigungsgrad  $b$  und identische Kosten

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 52

### Suchstrategien Dynamische Programmierung

---

⇒ Problem:

- Suchverfahren verfolgen mehrere Teilpfade vom Startknoten **B** über einem Zwischenknoten **N** weiter.
- Ineffizient bzgl. Zeit und Speicher

⇒ Lösung: Dynamische Programmierung

- Der kürzeste Pfad von **B** nach **M** via **N** setzt sich zusammen aus dem kürzesten Pfad von **B** nach **N** und dem kürzesten Pfad von **N** nach **M**.
- Lösche alle Teilpfade von **B** nach **N** bis auf den Kürzesten.

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 53

### Gliederung

---

- ⇒ Problemlösungsagenten
- ⇒ Problemformulierung
- ⇒ Suche nach Lösungen
- ⇒ Zusammenfassung und Ausblick

AIOIT Grundlagen der Künstlichen Intelligenz © B.J. Jain 54

## Zusammenfassung

- ⇒ Bevor ein Agent nach Lösungen suchen kann, muss er das **Problem formulieren**.
- ⇒ Ein Problem besteht aus einer Menge von **Anfangszuständen**, einer Menge von **Endzuständen** und einer Menge von **Aktionen**.
- ⇒ Ein generischer Suchalgorithmus kann ein beliebiges Problem lösen. Verschiedene Suchalgorithmen unterscheiden sich in der **Strategie** mit der Knoten expandiert werden.
- ⇒ Suchverfahren werden bezüglich **Vollständigkeit**, **Optimalität**, **Zeitkomplexität** und **Speicherkomplexität** bewertet.

## Ausblick

- ⇒ Diese Vorlesung: Uninformierte Verfahren mit identischen Kosten
- ⇒ Nächste Vorlesung: Suchverfahren mit folgenden Erweiterungen:
  - Aktionen mit unterschiedlichen Kosten
  - Schätzungen des Restwegs zum Ziel (**informierte Suche**)



## Informierte Suchverfahren

**nächster Termin: 03.10.2005**

Brijnesh J Jain  
bjj@dai-labor.de

**AIOIT**  
Agententechnologien in  
betrieblichen Anwendungen  
und der Telekommunikation

## Referenzen

1. S.J. Russell, P. Norvig: *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Pearson Education, Inc., 2003.
2. P.H. Winston: *Artificial Intelligence*. Addison-Wesley, 1993.